

16.9.2019

I. První setkání s funkcemi

Reálná čísla

$\mathbb{R}$ = množina všech reálných čísel

reálná přímka:



$\mathbb{R}$ obsahuje další číselné obory:

$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$ = přirozená č.

$\mathbb{N}_0 = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ = přirozená č. s nulou

(= nezáporná celá čísla)

$\mathbb{Z} = \{\dots, -1, -2, -3, \dots, 0, 1, 2, 3, \dots\}$
= celá čísla

$\mathbb{Q}$ = racionální čísla

= zlomky celých čísel

= $\left\{ \frac{p}{q}; p, q \in \mathbb{Z}, q \neq 0 \right\}$

Např. $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \dots$

Racionální čísla lze vždy psát jako desetinné číslo, jehož desetinný rozvoj je buď konečný ($\frac{1}{4} = 0,25$) nebo nekonečný periodický ($\frac{1}{3} = 0,333\dots = 0,\overline{3}$)

$\mathbb{I}$ = iracionální čísla:

nejdříve napsat jako zlomek celých čísel, mají nekonečný neperiodický des. rozvoj

Př.: $\sqrt{2} \doteq 1,41$ $e \doteq 2,72$
 $\pi \doteq 3,14$ = Eulerovo číslo

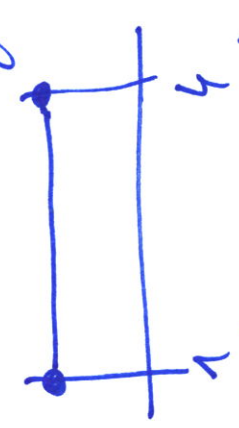
$$\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{I}$$

Intervaly

$\mathbb{R}^-: \langle 1, 4 \rangle =$ uzavřený interval
(od 1 do 4)

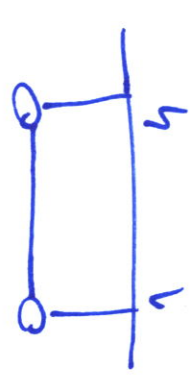
$$= \{x \in \mathbb{R}; 1 \leq x \leq 4\}$$

obsahuje své koncové body



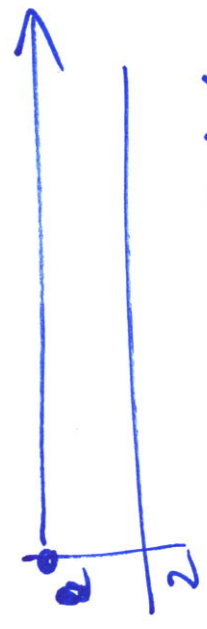
$\mathbb{R}^-: (1, 4) =$ otevřený interval
 $= \{x \in \mathbb{R}; 1 < x < 4\}$

neobsahuje své koncové body



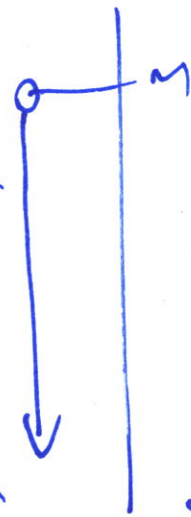
$\mathbb{R}^-: \langle 1, 4 \rangle$ zdola nž., shora ot.
(zleva nž., zprava ot.)

$$\mathbb{R}^-: \langle 2, +\infty \rangle = \{x \in \mathbb{R}; 2 \leq x\}$$



shora neomezený int.

$$\mathbb{R}^-: (-\infty, 3) = \{x \in \mathbb{R}; x < 3\}$$



zdola neomezený int.

Pozn: ① symbol $+\infty, -\infty \dots$ takéž

② u $+\infty, -\infty$ se vždy píše kulatá závorha

③ $(-\infty, +\infty) = \mathbb{R}$, tedy množina $\mathbb{R}$ je celý interval (největší možný)

④ označme

$$\left. \begin{aligned} \mathbb{R}_+ &= (0, +\infty) \dots \text{kladná} \\ \mathbb{R}_- &= (-\infty, 0) \dots \text{záporná} \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{reálnas} \\ \text{čísla} \end{array}$$

Množinové operace

A, B = dvě množiny

$$A \cap B = \text{průnik množin } A, B \\ = \{x; x \in A \wedge x \in B\}$$

$$A \cup B = \text{jednotčina množin } A, B \\ = \{x; x \in A \vee x \in B\}$$

$$A \subset B \dots A \text{ je podmnožina } B \\ (\text{to je množinová relace})$$

Jeli: $A \subset B$, pak $B - A$ značí

množinové odčítání:

$$B - A = \{x \in B; x \notin A\}$$

$$\underline{\mathbb{R}}: \mathbb{R} - \{2\} = \text{reálnas čísla} \\ \text{bez dvojky}$$

+	+	+	0
-	0	1	↑ 2

$$\underline{\mathbb{R}}: \mathbb{R} - \{0\} = \mathbb{R}_- \cup \mathbb{R}_+$$

Logické operace

a, b = dva výroky

$a \wedge b \dots$ " a a zároveň b " = konjunkce

$a \vee b \dots$ " a nebo b " = disjunkce

$a \Rightarrow b \dots$ " a plyne b "

"jistiže a , pak b "

= implikace

$a \Leftrightarrow b \dots$ " a , právě když b "

= ekvivalence
(znamenas to: $(a \Rightarrow b) \wedge (b \Rightarrow a)$)

$\neg a \dots$ "neplatí a " = negace

Kvantifikatory

$\forall$... "pro všechna"

= velký (obecný) kvantifikátor

$\exists$... "existuje"

= malý (existenční) kvantifikátor

Př: 1) $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 \geq 0$ (pravda)

2) $\exists x \in (0,4) : x^2 > 15$ (pravda,
skvěle nižší
 $x=4$)

3) $\forall x \in (0,4) : x^2 \geq 15$ (nepravda)

Lineární funkce,

lineární rovnice a nerovnice, graf

Př: rovnice $2x+8=16$ / -8
 $2x=8$ / $:2$

$x=4$

$\Rightarrow$ jediné řešení
 $K=\{4\}$

Př: nerovnice $5-3x \leq 8$ / -5
 $-3x \leq 3$ / $:(-3)$
 $x \geq -1$

Při dělení záporným číslem
se drze změnilo!

$\Rightarrow K = \underline{\underline{< -1, +\infty}}$

Rovnice (nerovnice) = úloha
najít všechna $x \in \mathbb{R}$ splňující
zadanou podmínku.

Funkce = předpis "f", který
každé hodnotě x přiřadí

nejvýše jednu hodnotu $y=f(x)$.

$x \in \mathbb{R} \dots$ nezávislá proměnná

$y \in \mathbb{R} \dots$ závislá —

čísla $y=f(x)$ říkáme

funkční hodnota

funkce f v bodě x